विषय कोड : **121/327**
Subject Code :

CLASS-XII

CLASS-XII QUARTERLY EXAMINATION, JUNE - 2025

कक्षा - XII त्रैमासिक परीक्षा, जून - 2025

MATHEMATICS (Elective)

गणित (ऐच्छिक)

I.Sc. & I.A.

कुल प्रश्न : 70 + 20 + 8 = 98
Total Questions : 70 + 20 + 8 = 98

कुल मुद्रित पृष्ठ : 32
Total Printed Pages : 32

(समय : 3 घंटे)
[Time : 3 Hours]

(पूर्णांक : 80)
[Full Marks : 80]

खण्ड - ब / SECTION - B

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 20 लघु उत्तरीय हैं । किन्हीं 10 प्रश्नों के उत्तर दें । प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है : $10 \times 2 = 20$

Question Nos. 1 to 20 are Short Answer Type. Answer any 10 questions. Each question carries 2 marks : $10 \times 2 = 20$

1. क्या $f : N \to N$ जहाँ $f(x) = x + 7$, $x \in N$ एकैक अंत:क्षेपी फलन है ? कारन दें।

   Is $f : N \to N$ where $f(x) = x + 7$, $x \in N$ an one-one into function ? Give reasons.

निर्देश :   **10 × 2 = 20**

Question Nos. 1 to 20 are Short Answer Type. Answer any 10 questions. Each question carries 2 marks :   *10 × 2 = 20*

1. क्या $f:N \rightarrow N$ जहाँ $f(x)=x+7$, $x \in N$ एकैक अंतःक्षेपी फलन है ? कारण दें।

   Is $f:N \rightarrow N$ where $f(x)=x+7$, $x \in N$ an one-one into function ? Give reasons.

2. सममित संबंध की परिभाषा एक उदाहरण के साथ दें।

   Define symmetric relation along with an example.

3. यदि फलन $f:R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x)=x^2+1$ जहाँ $x \in R$ तो $f^{-1}(17)$ का मान ज्ञात करें।

find the value of $f^{-1}(17)$.

4. मान लिया कि सभी परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q पर एक द्विआधारी संक्रिया ' * ' निम्न प्रकार से परिभाषित है $a*b=a+b-ab$, सभी $a,b\in R$ के लिए, तो दिखाएँ कि ' * ' क्रमविनिमेय है।

Let a binary operation ' * ' is defined on a set Q of all rational numbers follows as $a*b=a+b-ab$ for all $a,b\in R$, then show that ' * ' is commutative.

5. $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात करें।

Find the principal value of $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

6. $\frac{1}{2}\sin(\sec^{-1}\alpha + \operatorname{cosec}^{-1}\alpha)$, $|\alpha| \geq 1$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\frac{1}{2}\sin(\sec^{-1}\alpha + \operatorname{cosec}^{-1}\alpha)$, $|\alpha| \geq 1$.

7. सिद्ध करें कि $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

Prove that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

8. एक $a_{2\times 2}$ आव्यूह की रचना करें जहाँ $a_{ij} = i+2j$.

Construct a $a_{2\times 2}$ matrix where $a_{ij} = i+2j$.

Construct a $a_{2\times 2}$ matrix where $a_{ij} = i+2j$.

9. यदि $A=\begin{bmatrix}4 & 2 & -2\\ 6 & -3 & -4\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}3 & 2 & -2\\ 8 & 3 & 5\end{bmatrix}$ तो $3A-2B$ का मान निकालें।

If $A=\begin{bmatrix}4 & 2 & -2\\ 6 & -3 & -4\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}3 & 2 & -2\\ 8 & 3 & 5\end{bmatrix}$ then find the value of $3A-2B$.

10. यदि $\begin{bmatrix}x-2 & 2y+3\\ 3z & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & -5\end{bmatrix}$ तो x, y तथा z का मान ज्ञात करें।

If $\begin{bmatrix}x-2 & 2y+3\\ 3z & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & -5\end{bmatrix}$ then find the values of x, y and z.

If $\begin{bmatrix} x-2 & 2y+3 \\ 3z & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ then find the values of x, y and z.

11. सिद्ध करें कि व्यवकलन प्राकृत संख्या N में द्विआधारी संक्रिया नहीं है।

Prove that subtraction is not a binary operation on natural num

12. दिखाएँ कि R में गुणा संक्रिया 'X' के लिए $a \neq 0$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ है।

Show that $\frac{1}{a}$ is the inverse of $a \neq 0$ for the multiplication ope

'X' in R.

13. क्या फलन $f : R \rightarrow R$ आच्छादक फलन है जबकि $f(x) = 4x$? सकारण लिखें।

14. $f:\{1, 2, 3\} \rightarrow \{x, y, z\}$, $f(1) = x$, $f(2) = y$, $f(3) = z$ द्वारा दिया गया फलन f पर विचार करें तथा f^{-1} ज्ञात करें।

Consider $f:\{1, 2, 3\} \rightarrow \{x, y, z\}$ given by $f(1) = x$, $f(2) = y$, $f(3) = z$ and find f^{-1}.

15. यदि $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ तो $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ का मान ज्ञात करें।

If $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ then find the value of $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$.

16. सिद्ध करें कि $2\cos^{-1} x = \cos^{-1}(2x^2 - 1), \frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$.

17. सरलतम रूप में लिखें : $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}\right)$ जब $0 < \theta < \pi$.

Write in the simplest form : $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}\right)$ when $0 < \theta < \pi$.

18. यदि $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = A$ तो $\tan A$ ज्ञात करें।

If $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = A$ then find $\tan A$.

19. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ तो AB ज्ञात करें।

If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ then find AB.

19. यदि $A=\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & 6\\3 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}2 & -3 & 4\\-4 & 3 & 2\end{bmatrix}$ तो AB ज्ञात करें।

If $A=\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & 6\\3 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}2 & -3 & 4\\-4 & 3 & 2\end{bmatrix}$ then find AB.

20. यदि $2P+Q+X=0$ जहाँ $P=\begin{bmatrix}-1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ और $Q=\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 5\end{bmatrix}$ तो X ज्ञात करें।

If $2P+Q+X=0$ where $P=\begin{bmatrix}-1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ and $Q=\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 5\end{bmatrix}$ then find X.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 21 से 28 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं । किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दें । प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है : $4 \times 5 = 20$

Question Nos. 21 to 28 are Long Answer Type Questions. Answer any 4 questions. Each question carries 5 marks : $4 \times 5 = 20$

21. सिद्ध करें कि $\sin^{-1}\frac{5}{13}+\cos^{-1}\frac{3}{5}=\tan^{-1}\frac{63}{16}$.

    Prove that $\sin^{-1}\frac{5}{13}+\cos^{-1}\frac{3}{5}=\tan^{-1}\frac{63}{16}$.

Prove that $\sin^{-1}\frac{5}{13}+\cos^{-1}\frac{3}{5}=\tan^{-1}\frac{63}{16}$.

22. यदि $f(x)=|x|$ तथा $g(x)=|5x-2|$ तो gof तथा fog निकालें।

If $f(x)=|x|$ and $g(x)=|5x-2|$ then find gof and fog.

23. $\tan^{-1}2x+\tan^{-1}3x=\frac{\pi}{4}$ को हल करें।

Solve $\tan^{-1}2x+\tan^{-1}3x=\frac{\pi}{4}$.

24. $\sin(2\tan^{-1}\frac{2}{3})+\cos(\tan^{-1}\sqrt{3})$ का मान ज्ञात करें।

$\sin(2\tan^{-1}\frac{2}{3})+\cos(\tan^{-1}\sqrt{3})$.

24. $\sin(2\tan^{-1}\frac{2}{3}) + \cos(\tan^{-1}\sqrt{3})$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\sin(2\tan^{-1}\frac{2}{3}) + \cos(\tan^{-1}\sqrt{3})$.

25. सिद्ध करें कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में संबंध $R=\{(a, b)$: संख्या 2, $(a - b)$ को विभाजित करती है $\}$ एक तुल्यता संबंध है।

Prove that in the set Z of integers the relation $R=\{(a, b)$: number 2, divides $(a-b)\}$ is an equivalence relation.

26. यदि फलन $f:R\rightarrow R, f(x)=4x+3$ द्वारा परिभाषित हो तो सिद्ध करें कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन ज्ञात करें।

If a function $f:R\rightarrow R$ is defined as $f(x)=4x+3$ then prove that invertible. Find the inverse of f.

27. यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ तो सिद्ध करें कि $A^3-6A^2+7A+2I=0$.

If $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}$ then prove that $A^3-6A^2+7A+2I=0$.

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

① Ans: हाँ यह एक एकांक फलन है क्योंकि यदि $f(x_1) = f(x_2)$

तो $x_1 + 7 = x_2 + 7$

$= x_1 = x_2$

अतः यह एक एकांक फलन है।

② Ans. यदि किसी संबंध R में $aRb = bRa$ तो वह सममित संबंध है

EX: $R = (a,b) \in R \times R : a-b$

यदि $a-b \in Z$ तो $b-a \in Z$ अतः यह सममित है।

③ $f(x)\ x^2+1 = x^2+1 = 17$

$= x^2 = 16$

$x = \pm 4$ लेकिन, f एक एकांक फलन नहीं है

यदि परिभाषा क्षेत्र सीमित करे जैसे:

$x \geq 10$ तो

$f^{-1}(17) = \sqrt{16} = 4$ Ans

(4) $a * b = a + b - ab$

$b * a = b + a - ba$

$= a + b - ab$

$= a * b$

अत: यह संक्रिया क्रम विनिमेय है

(5) दिया है।

$$\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{-\pi}{6}$$

मुख्य मान $\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ में होता है

(7) दिया है

$$\tan^{-1}a + \tan^{-1}b = \tan^{-1}(a+b)$$

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - 1/6}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{5/6}{5/6}\right)$$

$$\tan^{-1}(1)$$

(9) A28

$$3A = \begin{bmatrix} 12 & 6 & -6 \\ 18 & -9 & -12 \end{bmatrix}$$

$$2B = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 4 \\ 16 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad 3A - 2B = \begin{bmatrix} 12-6 & 6-4 & -6-4 \\ 18-16 & -9-6 & -12-10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 2 & -16 & -22 \end{bmatrix}$$ A28

(10) तुलना करने पर

$x-2=4$

$x=2+6=6$

$2y+3=5$

$2y=5-3$

$2y=2$

$y=2/2=1$

$3z=6$ $\quad$ $x=6 \quad y=1$

$z=\frac{6}{3}=2$ $\quad$ $z=2$ A28

प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में व्यवकलन (घटाना) एक द्विआधारी संक्रिया नहीं है क्योंकि **यह हमेशा एक प्राकृत संख्या उत्पन्न नहीं** करता है।

11.

व्याख्या:

एक द्विआधारी संक्रिया, जैसा कि नाम से पता चलता है, दो तत्वों पर कार्य करती है और परिणाम भी उसी समुच्चय में होना चाहिए। प्राकृत संख्याओं का समुच्चय N = {1, 2, 3, 4, ...} है। जब हम दो प्राकृत संख्याओं को घटाते हैं, तो परिणाम हमेशा एक प्राकृत संख्या नहीं होता है। उदाहरण के लिए, 2 और 5 दोनों प्राकृत संख्याएं हैं, लेकिन 2 - 5 = -3, जो कि एक ऋणात्मक संख्या है और प्राकृत संख्या नहीं है।

(27) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ - $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = 0$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 5 \\ 8 & 0 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 21 & 0 & 34 \\ 12 & 8 & 23 \\ 34 & 0 & 55 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$\therefore \quad A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = 0$

$$= \begin{bmatrix} 21 & 0 & 26 \\ 12 & 8 & 21 \\ 34 & 0 & 55 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 & 0 & 48 \\ 12 & 24 & 30 \\ 48 & 0 & 78 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 \\ 0 & 14 & 7 \\ 14 & 0 & 21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 30 & 0 & 48 \\ 12 & 24 & 30 \\ 48 & 0 & 78 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 & 0 & 48 \\ 12 & 24 & 30 \\ 48 & 0 & 78 \end{bmatrix} = 0$$

$0 = 0 \quad \therefore$ L.H.S = R.H.S

AB

23. $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ को सरल कीजिए।

हल यहाँ दिया गया है कि $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$

या $$\tan^{-1}\left(\frac{2x+3x}{1-2x\times 3x}\right) = \frac{\pi}{4}$$

या $$\tan^{-1}\left(\frac{5x}{1-6x^2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

इसलिए $$\frac{5x}{1-6x^2} = \tan\frac{\pi}{4} = 1$$

या $6x^2 + 5x - 1 = 0$ अर्थात् $(6x-1)(x+1) = 0$

जिससे प्राप्त होता है कि, $x = \frac{1}{6}$ या $x = -1$

क्योंकि $x = -1$, प्रदत्त समीकरण को संतुष्ट नहीं करता है, क्योंकि $x = -1$ से ज

बायाँ पक्ष ऋण हो जाता है। अतः प्रदत्त समीकरण का हल केवल $x = \frac{1}{6}$ है।

28. दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\cos^{-1}\frac{84}{85}$

हल मान लीजिए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5}=x$ और $\sin^{-1}\frac{8}{17}=y$

इसलिए $$\sin x=\frac{3}{5} \text{ तथा } \sin y=\frac{8}{17}$$

अब $$\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5} \quad \text{(क्यों?)}$$

और $$\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-\frac{64}{289}}=\frac{15}{17}$$

इस प्रकार $$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

$$=\frac{4}{5}\times\frac{15}{17}+\frac{3}{5}\times\frac{8}{17}=\frac{84}{85}$$

इसलिए $$x-y=\cos^{-1}\left(\frac{84}{85}\right)$$

अतः $$\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\cos^{-1}\frac{84}{85}$$