

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 31 से 38 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं।

4 × 5 = 20

Question Nos. 31 to 38 are Long Answer Type questions. Answer any 4 questions. Each question carries 5 marks.

4 × 5 = 20

31. गुणनखण्ड करें :

$$x^3 + 13x^2 + 32x + 20.$$

5

Factorise :

$$x^3 + 13x^2 + 32x + 20.$$

32. सत्यापित करें :

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x+y+z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2].$$

5

Verify that

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x+y+z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2].$$

33. दो चरों वाले रैखिक समीकरण $2x + y = 3$ का आलेख खींचें।

5

Draw the graph of the linear equation $2x + y = 3$ in two variables.

34. उस गोले की त्रिज्या ज्ञात करें जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 सेमी^2 है।

5

Find the radius of the sphere whose surface area is 154 cm^2 .

35. दर्शाएँ कि किसी समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है।

5

Show that each angle of an equilateral triangle is 60° .

36. यदि E, F, G और H क्रमशः समांतर चतुर्भुज $ABCD$ की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं तो सिद्ध करें

$$ar(EFGH) = \frac{1}{2} ar(ABCD).$$

5

If E, F, G and H are respectively the mid-points of the sides of a parallelogram

$ABCD$, then prove that $ar(EFGH) = \frac{1}{2} ar(ABCD)$.

37. 5 सेमी तथा 3 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त, दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं तथा उनके केन्द्रों के

बीच की दूरी 4 सेमी है। उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई ज्ञात करें।

5

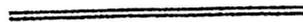
Two circles of radii 5 cm and 3 cm intersect at two points and the distance between their centres is 4 cm. Find the length of the common chord.

38. एक त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ और

$$AB + BC + CA = 11 \text{ सेमी है।}$$

Construct a triangle ABC , in which $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ and

$$AB + BC + CA = 11 \text{ cm.}$$



प्रश्न 1: 1 और 2 के बीच में तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात करें।

हल:

हमें 3 परिमेय संख्याएँ निकालनी हैं, इसलिए हम $n = 3$ लेंगे। अब, $(n + 1) = 3 + 1 = 4$ से ऊपर और नीचे गुणा करेंगे।

$$\bullet \quad 1 = \frac{1 \times 4}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\bullet \quad 2 = \frac{2 \times 4}{4} = \frac{8}{4}$$

$\frac{4}{4}$ और $\frac{8}{4}$ के बीच की तीन संख्याएँ हैं:

$$\frac{5}{4}, \frac{6}{4} \text{ (या } \frac{3}{2}), \text{ और } \frac{7}{4}$$

प्रश्न 2: $0.\bar{3}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त करें।

हल:

माना $x = 0.333... ---$ (समीकरण 1)

चूँकि एक ही अंक दोहराया जा रहा है, इसलिए दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर:

$10x = 3.333... ---$ (समीकरण 2)

अब समीकरण 2 में से समीकरण 1 को घटाने पर:

$$10x - x = 3.333... - 0.333...$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{3}{9}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

प्रश्न 3: $6\sqrt{5}$ को $2\sqrt{5}$ से गुणा करें।

हल:

$$\begin{aligned} & (6\sqrt{5}) \times (2\sqrt{5}) \\ &= (6 \times 2) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) \\ &= 12 \times 5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

प्रश्न 4: $\frac{1}{\sqrt{5}}$ के हर का परिमेयकरण करें।

हल:

हर (denominator) का परिमेयकरण करने के लिए अंश और हर दोनों को $\sqrt{5}$ से गुणा करेंगे:

$$= \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{5}$$

प्रश्न 5: $(2)^{2/3} \cdot (2)^{1/5}$ को सरल करें।

हल:

घातांक के नियम $(a^m \cdot a^n = a^{m+n})$ के अनुसार:

$$= (2)^{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}}$$

घातों का योग करने पर (लघुत्तम समापवर्त्य = 15):

$$= \frac{2 \times 5 + 1 \times 3}{15} = \frac{10 + 3}{15} = \frac{13}{15}$$

उत्तर: $2^{13/15}$

प्रश्न 6: $x = -1$ पर बहुपद $5x - 4x^2 + 3$ का मान ज्ञात करें।

हल:

बहुपद $P(x) = 5x - 4x^2 + 3$ में $x = -1$ रखने पर:

$$P(-1) = 5(-1) - 4(-1)^2 + 3$$

$$P(-1) = -5 - 4(1) + 3$$

$$P(-1) = -5 - 4 + 3$$

$$P(-1) = -9 + 3$$

$$P(-1) = -6$$

8. $a^2 + 12a + 35$ का गुणनखण्ड करें।

हल:

हमें ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका योग 12 हो और गुणनफल 35 हो। वे संख्याएँ 7 और 5 हैं।

$$a^2 + 7a + 5a + 35$$

$$a(a + 7) + 5(a + 7)$$

$$(a + 7)(a + 5)$$

11. एक सम चतुर्भुज का विकर्ण 7 मी तथा 24 मी हैं। क्षेत्रफल ज्ञात करें।

हल:

सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$$Area = \frac{1}{2} \times 7 \times 24$$

$$Area = 7 \times 12 = 84^2$$

13. एक घनाभ की लम्बाई 5 मी, चौड़ाई 4 मी तथा ऊँचाई 3 मी है। आयतन ज्ञात करें।

हल:

घनाभ का आयतन = लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई

$$V = 5 \times 4 \times 3$$

$$V = 60^3$$

14. एक बेलन की त्रिज्या 28 सेमी तथा ऊँचाई 15 सेमी है। आयतन ज्ञात करें।

हल:

बेलन का आयतन (V) = $\pi r^2 h$

$$V = \frac{22}{7} \times 28 \times 28 \times 15$$

$$V = 22 \times 4 \times 28 \times 15$$

$$V = 36,960^3$$

15. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

दिया है: त्रिज्या (r) = 7 मी, ऊँचाई (h) = $\frac{5}{2}$ मी

सूत्र: वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CSA) = $2\pi rh$

- $CSA = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times \frac{5}{2}$
- 7 से 7 कट गया और 2 से 2 कट गया।
- $CSA = 22 \times 5 = 110^2$

16. बेलन की ऊँचाई ज्ञात करना

दिया है: वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 187.5^2 , त्रिज्या (r) = $\frac{7}{2}$ मी

सूत्र: $187.5 = 2\pi rh$

- $187.5 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times h$
- $187.5 = 22 \times h$
- $h = \frac{187.5}{22} \approx 8.52$

17. शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

दिया है: तिर्यक ऊँचाई (l) = 10 सेमी, त्रिज्या (r) = 6 सेमी, $\pi = 3.14$

सूत्र: $CSA = \pi r l$

- $CSA = 3.14 \times 6 \times 10$
- $CSA = 3.14 \times 60$
- $CSA = 188.4$

18. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

दिया है: त्रिज्या (r) = 7 सेमी

सूत्र: क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

- $Area = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$
- $Area = 4 \times 22 \times 7$
- $Area = 88 \times 7 = \mathbf{616}^2$

19. शंकु का आयतन

दिया है: ऊँचाई (h) = 24 सेमी, तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 सेमी

पहले त्रिज्या (r) निकालें: $r = \sqrt{l^2 - h^2}$

- $r = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49} =$

आयतन का सूत्र: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

- $V = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$

- $V = 22 \times 7 \times 8$

- $V = 1232$

22. चौका न मारे जाने की प्रायिकता ज्ञात करें।

- कुल गेंदें = 24
- चौके मारे गए = 4
- चौका **नहीं** मारे जाने वाली गेंदें = $24 - 4 = 20$

प्रायिकता (Probability):

$$P() = -$$

$$P = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

24. सरल करें: $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

हल: इसे $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ के रूप में लिख सकते हैं।

सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ का उपयोग करने पर:

$$(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$5 - 2 = 3$$

25. k का मान ज्ञात करें यदि $(x - 1)$,
 $p(x) = x^2 + x + k$ का गुणनखण्ड है।

हल: यदि $(x - 1)$ एक गुणनखण्ड है, तो
 $p(1) = 0$ होगा।

$$p(1) = (1)^2 + 1 + k = 0$$

$$1 + 1 + k = 0$$

$$2 + k = 0$$

$$k = -2$$

31. बहुपद $x^3 + 13x^2 + 32x + 20$ का गुणनखण्ड करें।

हल:

यह एक त्रिघातीय बहुपद है। हम 'गुणनखण्ड प्रमेय' (Factor Theorem) का उपयोग करेंगे।

माना $p(x) = x^3 + 13x^2 + 32x + 20$

1. **एक शून्यक ढूँढें:** यदि $x = -1$ रखें:

$$p(-1) = (-1)^3 + 13(-1)^2 + 32(-1) + 20$$

$$p(-1) = -1 + 13 - 32 + 20 = 33 - 33 = 0$$

अतः, $(x + 1)$ बहुपद का एक गुणनखण्ड है।

2. **विभाजन:** $x^3 + 13x^2 + 32x + 20$ को
($x + 1$) से भाग देने पर हमें भागफल
 $x^2 + 12x + 20$ प्राप्त होता है।

3. **द्विघात बहुपद का गुणनखण्ड:**

$$x^2 + 12x + 20$$

$$x^2 + 10x + 2x + 20 \text{ (मध्य पद को तोड़कर)}$$

$$x(x + 10) + 2(x + 10)$$

$$(x + 2)(x + 10)$$

अंतिम उत्तर: $(x + 1)(x + 2)(x + 10)$

34. उस गोले की त्रिज्या ज्ञात करें जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 सेमी^2 है।

हल:

दिया है: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 154 सेमी^2

माना गोले की त्रिज्या r है।

गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र: $4\pi r^2$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$\frac{88}{7} \times r^2 = 154$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{88}$$

11 से काटने पर:

$$r^2 = \frac{14 \times 7}{8} = \frac{7 \times 7}{4} = \frac{49}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

$$r = 3.5$$

अतः, गोले की त्रिज्या 3.5 है।

38. त्रिभुज ABC की रचना के चरण।

रचना के चरण:

1. एक रेखाखंड $XY = 11$ खींचें (जो $AB + BC + CA$ के बराबर है)।
2. बिंदु X पर 30° का कोण ($\angle B$ का आधा) और बिंदु Y पर 22.5° का कोण ($\angle C$ का आधा) बनाएँ।
3. इन दोनों कोणों की रेखाएँ जहाँ मिलती हैं, उस बिंदु को A नाम दें।
4. रेखाखंड AX और AY के लम्ब समद्विभाजक (Perpendicular Bisectors) खींचें।
5. AX का समद्विभाजक XY को जहाँ काटे उसे बिंदु B नाम दें, और AY का समद्विभाजक जहाँ काटे उसे बिंदु C नाम दें।